INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Historické poznatky pro téma zlomky

Irena Budínová

Pedagogická fakulta MU

irena.budinova@seznam.cz

Tento materiál může sloužit učitelům matematiky jako nástavbový materiál pro matematicky zdatné žáky 7. – 8. ročníku základní školy. Aby se žáci mohli zabývat úlohami, které zde uvádíme, musejí znát rozklady zlomků a umět sčítat zlomky.

Se zlomky se poprvé můžeme setkat ve starověku. V historii však nebyly zlomky pojímány stejným způsobem, jak jsme zvyklí dnes. Historické příklady z této oblasti mohou být zařazovány do výuky pro zpestření, pro upevnění a procvičení vědomostí, nebo jako nástavbové příklady pro nadané žáky.

1. Staří Egypťané neznali pojem čitatele a měli znaky pouze pro zlomky jedna polovina, jedna třetina, jedna čtvrtina, atd. Dnes pro tyto zlomky s čitatelem 1 užíváme název **kmenné zlomky**. Egypťané tyto zlomky zapisovali tak, že nad číslo udávající velikost jmenovatele umístili značku připomínající tvar oka.

   Počítání s těmito zlomky bylo velmi pracné. Egypťané každý zlomek museli zapsat jako součet navzájem různých kmenných zlomků.

   Jakým způsobem by zapsali např. číslo $\frac{9}{16}$? Snažíme se rozložit čitatele ve sčítance, kteří jsou děliteli jmenovatele, aby krácením vznikly zlomky s čitatelem jedna:

$$\frac{9}{16}=\frac{8+1}{16}=\frac{8}{16}+\frac{1}{16}=\frac{1}{2}+\frac{1}{16}.$$

   Uvedeného postupu lze použít jen tehdy, je-li jmenovatel rozkládaného zlomku složené číslo (a to pouze v určitých případech). V případě, že jmenovatelem zlomku je prvočíslo, nejdříve zlomek rozšíříme vhodným číslem. Např. zlomek $\frac{3}{5}$ je vhodné rozšířit např. číslem 2:

$$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{5+1}{10}=\frac{5}{10}+\frac{1}{10}=\frac{1}{2}+\frac{1}{10}.$$

   Zlomek $\frac{2}{5}$ bychom rozšiřovali číslem 3:

$$\frac{2}{5}=\frac{6}{15}=\frac{5+1}{15}=\frac{5}{15}+\frac{1}{15}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}.$$

   Analogickou úpravu je potřeba udělat i v případě např. zlomku $\frac{5}{9}$:

Materiál byl zpracován v rámci projektu "Systémová podpora trvalého profesního rozvoje (CPD) pedagogických pracovníků propojením pedagogické fakulty se školami na Jižní Moravě – **EDUCOLAND**"

Projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem ČR.

$$\frac{5}{9}=\frac{10}{18}=\frac{9+1}{18}=\frac{9}{18}+\frac{1}{18}=\frac{1}{2}+\frac{1}{18}.$$

Tento velmi jednoduchý postup se však bohužel nehodí pro rozklady zlomků s většími jmenovateli. Pro tyto zlomky objevil v roce 1880 postup anglický matematik J. J. Sylvester. Výpočet obvykle sestává z několika kroků a nebudeme ho uvádět.

Dnešní výpočty se neshodují s těmi, které prováděli egyptští počtáři. K usnadnění složitých výpočtů sestavovali obsáhlé tabulky rozkladů zlomků v součet navzájem různých kmenných zlomků. Jedna z těchto tabulek je obsažena v proslulém Ahmesově papyru z druhého tisíciletí před naším letopočtem. Postup, jakým Egypťané rozkládali zlomky v součty kmenných zlomků, není stále jasný, protože se zachovaly jen tabulky hotových rozkladů a nikoli příslušné výpočty.

2. Rozložte v součet navzájem různých kmenných zlomků
$\frac{4}{9}, \frac{3}{8}, \frac{4}{7}, \frac{4}{11}$

$[\frac{1}{3}+\frac{1}{9};\ \frac{1}{4}+\frac{1}{8};\ \frac{1}{2}+\frac{1}{14};\ \frac{1}{3}+\frac{1}{33}]$

3. Staří indičtí matematikové určovali jako společný jmenovatel sčítaných zlomků součin všech jmenovatelů. Vypočtěte součet zlomků indickým způsobem a porovnejte ho s dnešním postupem:
   a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}$;
   b) $\frac{5}{12}+\frac{2}{15}+\frac{1}{18}+\frac{3}{20}$.

   [a) $\frac{11232}{11520}, \frac{39}{40}$; b) $\frac{24660}{64800}, \frac{137}{360}$]

4. Staří čínští matematikové prováděli krácení zlomků podle tohoto předpisu: „Co můžeš rozdělit dvěma, rozděl; nelze-li dělit dvěma, odčítej od většího menší. Odčítej vzájemně tak dlouho, až dostaneš stejná čísla. Tím stejným číslem krať zlomek.“ Jak bychom tímto způsobem krátili zlomek $\frac{2430}{3150}$?

   Nejdříve můžeme dělit dvěma, tj. $\frac{2430}{3150}=\frac{1215}{1575}$. Dále dělit dvěma nelze, proto začneme odčítat: $1575-1215=360, 1215-360=855, 855-360=495, 495-360=135, 360-135=225, 225-135=90, 135-90=45, 90-\mathbf{45}=\mathbf{45}$.
   Hledané stejné číslo je tedy 45 a tím budeme krátit. Proto $\frac{1215}{1575}=\frac{27}{35}$.

Materiál byl zpracován v rámci projektu "Systémová podpora trvalého profesního rozvoje (CPD) pedagogických pracovníků propojením pedagogické fakulty se školami na Jižní Moravě – **EDUCOLAND**"

Projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem ČR.

5. Pomocí čínského postupu kraťte zlomky. Porovnejte s dnešním postupem.
   a) $\frac{36}{92}$;
   b) $\frac{135}{225}$;
   c) $\frac{1368}{7524}$.

   [a) $\frac{9}{23}$; b) $\frac{3}{5}$; c) $\frac{2}{11}$]

6. Ve 13. stol. určil italský matematik Leonardo Pisánský přibližnou hodnotu čísla π následujícím způsobem:
$$\frac{1440}{458\frac{4}{9}} < \pi < \frac{1440}{458\frac{1}{5}}.$$
   Udejte v desetinných číslech krajní hodnoty tohoto přiblížení. Porovnejte s údajem na kalkulačce.

   [Přibližně $3{,}14106 < \pi < 3{,}14273$. Ideální je, když žák nejdříve převede složený zlomek na nepravý zlomek a pak se pokusí dělit. Ověří si tím své počtářské dovednosti. Výpočet kalkulačkou by měl přijít na řadu až jako poslední možnost. Avšak i s tím mohou mít někteří žáci potíže, protože neumí správně používat kalkulačku.]

7. Roku 1615 objevil Galileo Galilei při studiu volného pádu následující vlastnost lichých čísel:
$$\frac{1}{3} = \frac{1+3}{5+7} = \frac{1+3+5}{7+9+11} = \frac{1+3+5+7}{9+11+13+15} = \cdots$$
   Zapište následující člen posloupnosti rovností a zkontrolujte, zda rovnosti opravdu platí.

Literatura:

DUŠEK, F.: *Matematické zájmové kroužky v 7. – 9. ročníku základní devítileté školy.* Praha: SPN, 1971

MALÁČ, J.: *Sbírka náročnějších úloh z matematiky pro 6. – 9. ročník.* Praha: SPN, 1967

MALÁČ, J., KURFÜRST, J.: *Zajímavé úlohy z učiva matematiky ZŠ.* Praha: SPN, 1981